

**Abstract**

Georges Lemaître and Edwin Hubble first imagine in the 30s that our universe was born 13.7 billion years ago in a singularity called the *Big Bang*. The aim of my internship was to study what happens when one modifies this cosmological model. I worked on a quadratic equation of state for dark energy that leads to a different cosmology called the *sneezing universe* ; it has no space-time singularity and no beginning. I studied data from supernovae and baryonic acoustic oscillations in order to test this alternative theory. My analysis shows that the sneezing universe fits better than the Big Bang theory with observations at a confidence level of  $1.5\sigma$ .

**I Introduction**

Selon le modèle de cosmologie classique ( $\Lambda$ CDM), notre univers est né au moment du Big Bang il y a environ 13,7 milliards d'années. Depuis, il est en expansion accélérée. Il est régi par la relativité générale et l'équation d'Einstein  $G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$ , qui relie l'énergie à l'espace-temps. C'est un univers homogène et isotrope à grande échelle, dans lequel on peut définir une distance spatio-temporelle, appelée métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker, qui dans l'hypothèse d'un univers plat s'écrit :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2) \quad (1)$$

Elle introduit le facteur d'échelle  $a(t)$ , exprimant la variation des distances entre deux objets due à l'expansion de l'univers. Aujourd'hui, ce paramètre vaut 1. Son évolution est décrite par la première équation de Friedmann [1] :

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} \sum_i \rho_i - \frac{kc^2}{a^2} \quad (2)$$

qui définit à  $t = t_0$  la constante de Hubble  $H_0$ , les indices (ou exposants) 0 faisant référence à l'instant présent. Le terme  $k$  décrit la courbure ; il vaut respectivement -1, 0 ou 1 pour un univers ouvert, plat ou fermé. Chaque  $\rho_i$  représente la densité d'énergie d'un fluide. L'équation de continuité :

$$\dot{\rho}_i = -3H(\rho_i + p_i) \quad (3)$$

décrit leur évolution. On introduit alors l'équation d'état  $p_i = w_i \rho_i$ , nécessaire à la résolution de (3). On obtient :

$$\rho_i = \rho_i^{(0)} a^{-3(w_i+1)} \quad (4)$$

On distingue trois valeurs de  $w_i$  associées à trois fluides :

- $w_m = 0$  pour la matière :  $\rho_m \propto a^{-3}$  ;
- $w_\gamma = 1/3$  pour les photons :  $\rho_\gamma \propto a^{-4}$  ;
- $w_\Lambda = -1$  pour l'énergie sombre (constante cosmologique) :  $\rho_\Lambda$  est constant.

On définit pour chacun une proportion  $\Omega_i = \rho_i/\rho_c$ , où  $\rho_c = \frac{3c^2 H^2}{8\pi G}$  correspond à la densité d'énergie pour laquelle l'univers est plat. Actuellement, notre univers est composé de 68.5% d'énergie sombre, 26.6% de matière sombre, 4.9% de matière ordinaire et une infime fraction de photon [2]. Le paramètre de courbure  $\Omega_k^{(0)}$ , défini par  $\Omega_k^{(0)} = 1 - \Omega_m^{(0)} - \Omega_\gamma^{(0)} - \Omega_\Lambda^{(0)}$ , a été mesuré par le satellite Planck et vaut  $0.0008^{+0.0040}_{-0.0039}$  [2]. Cette valeur étant très proche de zéro, l'univers peut être considéré comme plat, ce que je ferai dans la suite.

La modification de l'équation d'état de l'énergie sombre entraîne, comme nous allons le voir, des changements dans la cosmologie. Sa validité peut alors être testée grâce à des sondes comme les supernovae ou les oscillations acoustiques des baryons.

**II Modèle et outils**

**Cosmologie alternative : le sneeze**

On obtient un univers qui éternue en introduisant une équation d'état quadratique pour l'énergie sombre, indiquée X :

$$p_X = -\rho_X + \frac{1}{4H_0^2} 8\pi G(\tau H_0)^2 \rho_X^2 \quad (5)$$

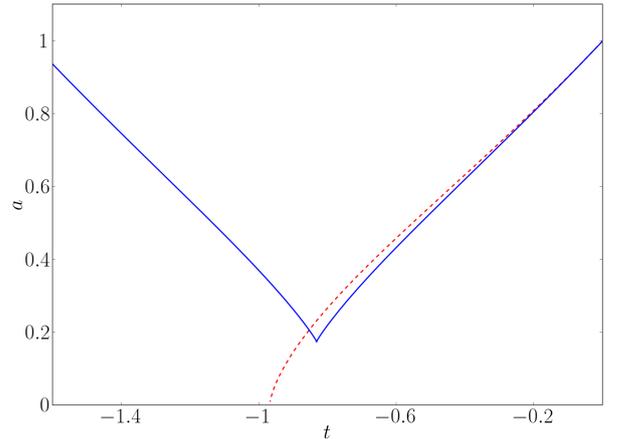
où  $\tau$  est le temps caractéristique de l'univers qui éternue. Par intégration de (3) [3], on déduit :

$$\Omega_X = \frac{1}{\frac{9}{4}(\tau H_0)^2 \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) + \frac{1}{\Omega_X^{(0)}}} \quad (6)$$

Pour  $\tau = 0$ , on retrouve le modèle  $\Lambda$ CDM. En négligeant la contribution des photons, (2) peut alors s'écrire :

$$\dot{a}^2 = \frac{\Omega_m^{(0)} H_0^2}{a} + \frac{H_0^2 a^2}{\frac{9}{4}(\tau H_0)^2 \ln\left(\frac{a}{a_0}\right) + \frac{1}{\Omega_X^{(0)}}} \quad (7)$$

On remarque que, comme en cosmologie classique, cette équation possède deux solutions : une positive et une négative. Cependant, elle ne possède pas de solution analytique. J'ai donc utilisé la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (RK4) [4] pour la résoudre pas à pas et obtenir la Figure 1.



**Figure 1:** Evolution du facteur d'échelle en fonction du temps pour les modèles  $\Lambda$ CDM (en rouge) et de l'univers qui éternue (en bleu).

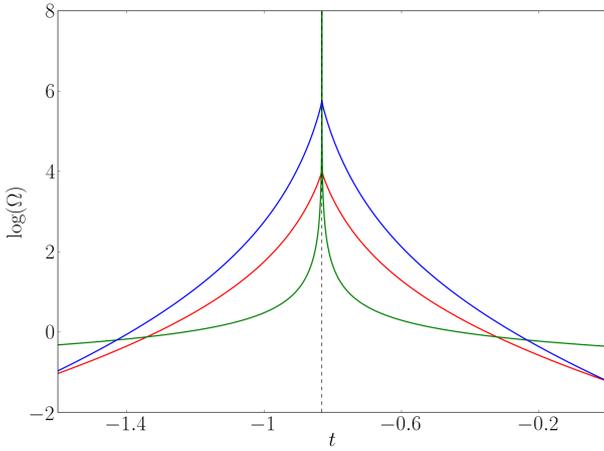
Contrairement au modèle classique, l'univers a toujours existé. Depuis  $t = -\infty$  jusqu'à  $t = t_s$ , le temps du *sneeze*, le facteur d'échelle était en décroissance : c'est la branche bleue à gauche de la Figure 1 correspondant à la solution négative de (7). L'univers s'est contracté jusqu'à atteindre une taille minimale. On a alors :

$$a(t_s) = a_{min} = a_0 \exp\left(-\frac{4}{9(1 - \Omega_m^{(0)}) (\tau H_0)^2}\right) \quad (8)$$

Depuis  $t = t_s$  et jusqu'à  $t = +\infty$ , l'univers était et sera en expansion accélérée : c'est la branche bleue à droite de la Figure 1 correspondant à la solution positive de (7).

Il n'y a donc pas de singularité physique dans ce modèle de cosmologie, ce qui permettrait d'observer des objets de l'autre côté du sneeze, où les lois de la physique sont identiques à celles que nous connaissons. C'est là une grande différence avec le modèle du Big Bang, qui n'utilise que la solution positive de (2) à cause de la singularité spatio-temporelle.

La contraction de l'univers s'arrête et il éternue grâce à l'énergie sombre. En effet, lorsque  $t$  s'approche de  $t_s$  et que  $a$  diminue, le dénominateur de (6) tend vers 0 et la densité d'énergie noire tend vers l'infini, l'emportant sur toutes les autres (voir Figure 2). Si jamais  $a$  devenait plus petit que  $a_{min}$ , on aurait un  $\Omega_X$  négatif, ce qui est physiquement impossible. Alors l'univers éternue,  $\dot{a}$  change de signe et la croissance du facteur d'échelle permet à  $\Omega_X$  de rester positif et de diminuer avec le temps.



**Figure 2:** Evolution des  $\Omega_i$  en échelle logarithmique en fonction du temps pour la matière (en rouge), les photons (en bleu) et l'énergie noire (en vert). En noir,  $t = t_s$ .

Comme en cosmologie classique, chaque  $a(t)$  correspond à un redshift  $z$ , désignant le décalage vers le rouge de la lumière émise par les objets célestes dans un univers en expansion. On le définit par :

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} - 1 = \frac{\lambda_o}{\frac{a(t_e)}{a_0} \lambda_o} - 1 = \frac{1}{a(t_e)} - 1 \quad (9)$$

où  $\lambda_o$  est la longueur d'onde observée par l'expérimentateur et  $\lambda_e$  celle émise par la source dans son référentiel propre. On notera l'existence d'un  $z_{max}$  correspondant au  $a_{min}$  (8) :

$$z_{max} = \exp\left(\frac{4}{9(1 - \Omega_m^{(0)})(\tau H_0)^2}\right) - 1 \quad (10)$$

J'ai rapidement remarqué que la méthode RK4, bien qu'efficace et fiable, présentait un gros inconvénient : le pas nécessaire pour atteindre une précision acceptable sur  $a(t)$  est faible, d'autant plus qu'on s'approche du sneeze et que le facteur d'échelle varie rapidement. Le temps de résolution, inversement proportionnel au pas, est devenu un obstacle pour mon analyse. J'ai donc utilisé dans la suite un réseau de neurones de type Perceptron avec 2 couches cachées [5] pour palier à ce problème.

### Supernovae de type Ia (SNIa)

Les SNIa sont des phénomènes qui surviennent après qu'une

naine blanche ait capturé la masse de sa voisine géante rouge. L'étoile explose après avoir atteint la masse de Chandrasekhar (environ 1.4 masse solaire) et devient très brillante, parfois plus que sa galaxie hôte, qui nous sert elle à mesurer le redshift de la SN. Au niveau de leur spectre, elles sont caractérisées par l'absorption de la raie du silicium située en  $\lambda \approx 635nm$ , dans l'orange. Les courbes de luminosité de ces SN, étendues sur environ trois mois, ont toutes la même forme. Elles diffèrent uniquement par leur largeur et leur luminosité au maximum. En appliquant une correction de stretch  $X_1$  et de couleur  $C$ , on peut les standardiser [6]. On définit alors, pour chaque SN, la magnitude expérimentale :

$$m_{exp}^{(i)} = M_{max}^{(i)} - \alpha X_1^{(i)} - \beta C^{(i)} \quad (11)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres libres et  $M_{max}$  la magnitude observée au maximum de luminosité.

Pendant mon stage, j'ai travaillé sur les 740 SNIa de JLA [6], récoltées par les télescopes des projets SDSS et SNLS. J'ai calculé pour chacune d'entre elles la magnitude théorique :

$$m_{th}^{(i)} = M - 5 \log(d_L^{(i)}) \quad (12)$$

avec  $M$  un facteur de normalisation et  $d_L$  la distance lumineuse définie dans un univers plat par :

$$d_L(z) = (1 + z)d_\chi(z) \quad (13)$$

où  $d_\chi$  est la distance comobile :

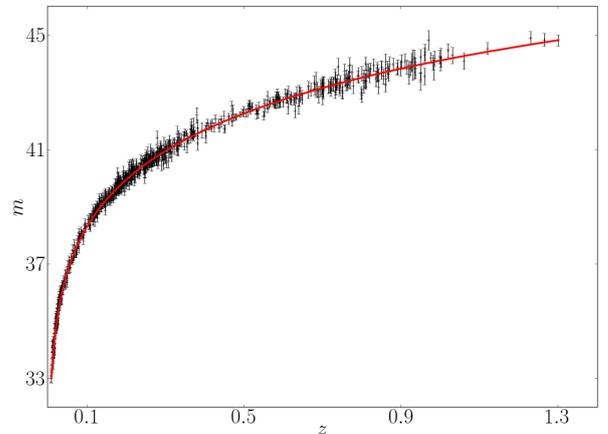
$$d_\chi(z) = \int_{t(z)}^{t_0} \frac{c}{a(t)} dt \quad (14)$$

C'est pour calculer la formule (13) que j'ai utilisé le réseau de neurones. J'ai créé deux échantillons : l'un pour l'apprentissage et l'autre pour vérifier l'absence de surapprentissage, avec pour chacun près de 20000 valeurs de  $(\Omega_m, \tau H_0, z)$  et du  $d_L$  associé. Le réseau de neurones m'a fourni les coefficients de la fonction continue et infiniment dérivable  $f(\Omega_m, \tau H_0, z) = d_L$  obtenus après l'apprentissage et j'ai pu les utiliser afin de calculer la distance lumineuse.

En introduisant le vecteur  $\Delta M$  de composantes  $m_{th}^{(i)} - m_{exp}^{(i)}$  et la matrice d'erreur  $V$ , j'ai pu calculer le  $\chi^2$  :

$$\chi_{SN}^2 = \Delta M^T V^{-1} \Delta M \quad (15)$$

afin de le minimiser ensuite par rapport à  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $M$ ,  $\Omega_m$  et  $\Omega_\Lambda$  ou  $\tau H_0$ . Pour cela, j'ai utilisé le package Minuit [7].



**Figure 3:** Distribution et erreurs sur la magnitude des SNIa de JLA en fonction du redshift (en noir) et diagramme de Hubble pour les modèles  $\Lambda$ CDM et de l'univers qui éternue (en rouge).

Mon but était, dans un premier temps, de tracer le meilleur diagramme de Hubble correspondant aux SNIa de JLA. La minimisation a donné  $\chi_{SN}^2 = 739.31$  pour la cosmologie classique, et pour un univers qui éternue, j'ai obtenu  $\chi_{SN}^2 = 738.95$ , soit une valeur légèrement meilleure que celle du modèle  $\Lambda$ CDM. Les deux diagrammes confondus sont représentés en rouge sur la Figure 3.

### Oscillations acoustiques des baryons (BAO)

Alors que l'univers n'était encore rempli que d'un fluide photo-baryonique presque homogène, les régions plus denses ont formé des puits de potentiel dans lesquels sont tombés les baryons. La répulsion des charges en compétition avec l'augmentation locale de l'attraction gravitationnelle a causé des fluctuations de pression qui ont entraîné la propagation d'ondes acoustiques à travers le fluide à la vitesse [8] :

$$v = \frac{c}{\sqrt{3(1 + \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma})}} \quad (16)$$

où l'indice  $b$  fait référence aux baryons. Avec l'expansion de l'univers et la chute des températures, les électrons ont neutralisé le plasma, stoppant alors la propagation des ondes acoustiques. A cette période, nommée la *drag epoch*, correspond le redshift [8] :

$$z_d = [1 + b_1(\Omega_b h^2)^{b_2}] \frac{1291(\Omega_m h^2)^{0.251}}{1 + 0.659(\Omega_m h^2)^{0.828}} \quad (17)$$

$$b_1 = 0.313(\Omega_m h^2)^{-0.419}[1 + 0.607(\Omega_m h^2)^{0.674}]$$

$$b_2 = 0.238(\Omega_m h^2)^{0.223}$$

où  $h = H_0/100$ . L'horizon sonore représente la distance parcourue par ces ondes jusqu'à la drag epoch. Il est défini, dans un univers qui éternue, par [8] :

$$r(z_d) = \int_{t_s}^{t(z_d)} \frac{v(t)}{a(t)} dt \quad (18)$$

L'arrêt de la propagation de ces ondes a créé des surdensités matière, sièges de la création de galaxies après la drag epoch. La fonction de corrélation des distance entre les galaxies présente en effet une légère fluctuation positive autour de  $143Mpc$  : c'est le pic BAO. Sa position est caractérisée dans l'espace à trois dimensions par la mesure du  $d_V$  [9] :

$$d_V(z) = \sqrt[3]{d_X^2(z) \frac{cz}{H(z)}} \quad (19)$$

J'ai utilisé le million de galaxies de BOSS [10], réparti en deux groupes de redshift effectif  $z_{lowz} = 0.32$  et  $z_{cmass} = 0.57$  afin de calculer  $x_{th}(z_i) = \frac{d_V(z_i)}{r(z_d)}$  dans un univers qui éternue. Cette quantité est peu sensible aux erreurs systématiques. J'ai alors calculé le  $\chi_{BAO}^2$  avec la formule suivante :

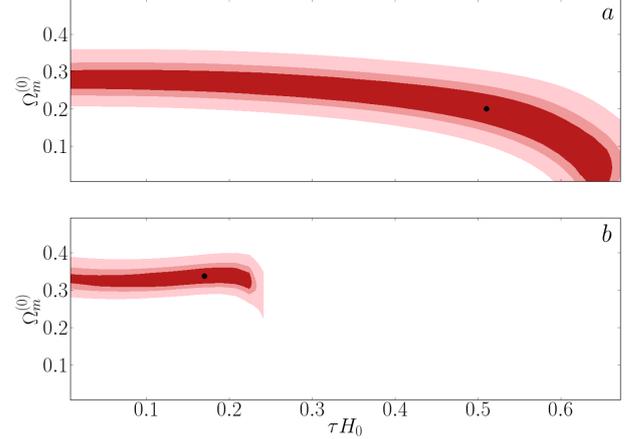
$$\chi_{BAO}^2 = \sum_{lowz, cmass} \left( \frac{x_{th}(z_i) - x_{exp}(z_i)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (20)$$

D'après les observations [10], on a  $x_{exp}(z_{lowz}) = 8.61 \pm 0.15$  et  $x_{exp}(z_{cmass}) = 13.74 \pm 0.13$ . J'ai utilisé le réseau de neurones pour calculer  $x_{th}(z_i)$  ; le pas de RK4 nécessaire ici était encore plus faible que pour le calcul de la distance lumineuse car il a fallu s'approcher au plus près du sneeze.

Les SNIa et les BAO m'ont permis de tester la validité du modèle de l'univers qui éternue. J'ai d'abord utilisé chaque sonde cosmologique séparément pour réaliser des contours de probabilité en  $(\Omega_m^{(0)}, \tau H_0)$  avant de les combiner.

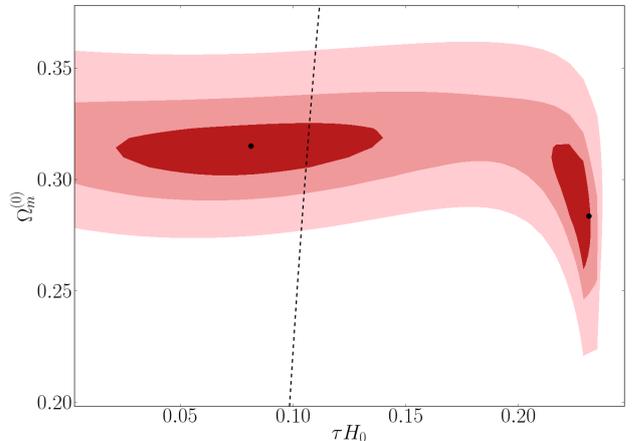
## III Résultats

Pour réaliser les contours de probabilité associés aux SN de JLA, j'ai construit une grille de couple  $(\Omega_m^{(0)}, \tau H_0)$  et j'ai minimisé en chaque point le  $\chi_{SN}^2$  par rapport à  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $M$ . J'ai ensuite soustrait à chaque valeur le  $\chi_{SN}^2$  minimal,  $\chi_{min}^2$ . La valeur obtenue en chaque point de la grille pour  $\Delta\chi_{SN}^2 = \chi_{SN}^2 - \chi_{min}^2$  correspond au niveau de confiance du couple  $(\Omega_m^{(0)}, \tau H_0)$  pour lequel il a été calculé [11]. Ainsi, j'ai obtenu la Figure 4a. Le point noir, en  $\Omega_m^{(0)} = 0.2$  et  $\tau H_0 = 0.51$ , est situé au  $\Delta\chi_{SN}^2 = 0$ . Les erreurs à  $1\sigma$  sur les paramètres du sneeze  $\Omega_m^{(0)}$  et  $\tau H_0$  sont données dans le Tableau 1.



**Figure 4:** Contours de probabilité pour les SN (a) et les BAO (b) de 1 à  $3\sigma$  (du rouge au rose) pour  $\Omega_m^{(0)}$  vs  $\tau H_0$  dans un univers qui éternue. Les points noirs sont placés aux minima ( $\Delta\chi^2 = 0$ ).

Ces SN ne fournissent pas de résultat assez restrictif permettant de conclure sur la validité du modèle alternatif. On ne peut favoriser ni le Big Bang, ni l'univers qui éternue avec ces seules informations. Ainsi, pour améliorer mes résultats, j'ai utilisé les BAO qui m'ont permis de tracer les contours de probabilité de la Figure 4b. Le meilleur  $\chi_{BAO}^2$  se situe en  $\Omega_m^{(0)} = 0.34$  et  $\tau H_0 = 0.17$ . Les contraintes sur ces paramètres sont meilleures que celles fournies par l'utilisation des SN (voir Tableau 1).



**Figure 5:** Contours de probabilité SN+BAO de 1 à  $3\sigma$  (du rouge au rose) pour  $\Omega_m^{(0)}$  vs  $\tau H_0$  dans un univers qui éternue. Le point noir à droite est situé au véritable minimum et celui de gauche au minimum secondaire. Les couples  $(\Omega_m^{(0)}, \tau H_0)$  situés à gauche de la courbe pointillée satisfont la température de la baryogénèse.

Pour finir, j'ai combiné les SN et les BAO en sommant les  $\chi^2$ . Sur la Figure 5, on voit deux contours de probabilité à  $1\sigma$  répartis autour de deux minima locaux. Aucun n'atteint  $\tau H_0 = 0$  : le sneeze est favorisé face au Big Bang avec un niveau de confiance supérieur à  $1\sigma$ .

Le  $\chi^2$  minimal se trouve au point noir à droite, en  $\Omega_m^{(0)} = 0.283$  et  $\tau H_0 = 0.231$ . Le redshift maximal correspondant,  $z_{max} = 1.11 \cdot 10^5$ , n'est pas compatible avec la baryogénèse classique car sa température :

$$T_{z_{max}} = T_{CMB}^{(0)}(1 + z_{max}) = 3.03 \cdot 10^5 K \quad (21)$$

est largement inférieure à  $T = 10^{12} GeV \approx 10^{25} K$  [12]. J'ai donc uniquement gardé le minimum secondaire, à gauche, situé en  $\Omega_m^{(0)} = 0.315$  et  $\tau H_0 = 0.081$ . Les erreurs sur les paramètres du sneeze sont données dans le Tableau 1. La densité théorique de matière trouvée est en accord avec les observations de Planck [2] et le temps du sneeze est assez proche du temps Big Bang car  $\tau H_0$  est proche de 0.

	$\Omega_m^{(0)}$	$\tau H_0$
SN	$0.2^{+0.1}_{-0.2}$	$0.51^{+0.15}_{-0.51}$
BAO	$0.34^{+0.03}_{-0.03}$	$0.17^{+0.06}_{-0.17}$
SN+BAO	$0.28(3)^{+0.03}_{-0.03}$	$0.231^{+0.001}_{-0.017}$
	$0.31(5)^{+0.01}_{-0.01}$	$0.08(1)^{+0.06}_{-0.06}$
LSST+EUCLID	$0.315^{+0.003}_{-0.003}$	$0.081^{+0.02}_{-0.04}$

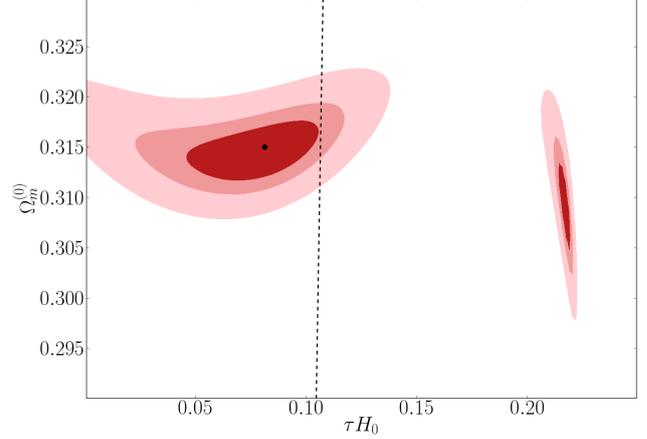
**Tableau 1:** Valeurs et erreurs à  $1\sigma$  pour  $\Omega_m^{(0)}$  et  $\tau H_0$  obtenues aux minima pour les quatre contours de probabilité.

La réalisation de ces contours de probabilité n'aurait pas été possible sans le Dark Energy Center [13] de plus de 1600 coeurs qui m'a permis d'utiliser le parallélisme MPI. Sans cet équipement, mon étude aurait nécessité plus de 25000 heures de calcul, soit près de 2 ans.

#### IV Perspectives globales

Les 740 SNIa de JLA n'ont apporté que peu de contraintes sur les paramètres du sneeze. En augmentant le nombre d'objets à étudier, on pourrait améliorer les contours de probabilité de la Figure 4a. D'ici 2022, le télescope LSST [14] commencera à scruter le ciel, et ce pour 10 ans. Sur les milliards d'objets célestes qu'il observera, 10000 d'entre eux seront des SNIa aux courbes de luminosité exploitables. Je les ai simulées à des redshifts répartis au hasard entre 0.1 et 1. J'ai choisi comme cosmologie fiducielle celle définie comme étant la plus probable après la combinaison SN+BAO (voir Tableau 1), en tenant compte de la limitation imposée par la baryogénèse. J'ai fixé l'erreur sur la magnitude à  $\sigma_m = 0.12$  et choisi une erreur pour le redshift photométrique qui augmente avec  $z$  :

$\sigma_z = 0.01(1 + z)$ . J'ai pu alors calculer de nouveaux  $\chi^2_{SN}$ . De même, bien que la Figure 4b soit déjà assez restrictive, il serait possible de l'améliorer avec plus de galaxies à disposition. C'est l'une des missions du projet EUCLID [15] : son satellite devrait récolter des données auprès de 50 millions de galaxies après son lancement en 2020. J'ai repris la relation (20) en remplaçant les  $x_{exp}(z_i)$  par les  $x_{calc}(z_i)$  calculés dans la cosmologie fiducielle. J'ai gardé les mêmes erreurs mais, afin de simuler 50 fois plus de galaxies que dans mon analyse, je les ai divisées par  $\sqrt{50}$ . J'ai obtenu de nouveaux  $\chi^2_{BAO}$ .



**Figure 6:** Contours de probabilité des simulations LSST+EUCLID de 1 à  $3\sigma$  (du rouge au rose) pour  $\tau H_0$  vs  $\Omega_m^{(0)}$  dans un univers qui éternue. Les couples  $(\Omega_m^{(0)}, \tau H_0)$  situés à gauche de la courbe pointillée satisfont la température de la baryogénèse.

La Figure 6 montre les contours de probabilité des simulations de LSST et EUCLID combinées. Ces expériences pourraient améliorer le niveau de confiance en faveur du sneeze à presque  $3\sigma$ . Les nouvelles erreurs sur les paramètres du sneeze sont données dans le Tableau 1.

Bien qu'encourageantes, ces améliorations ne valideraient pas le modèle de l'univers qui éternue. Pour pouvoir le prouver sans ambiguïté, il faudrait par exemple observer des blueshifts cosmologiques, autrement dit des redshifts négatifs. Aujourd'hui, on a  $a(t_0) = a_0$  et par symétrie, on retrouve cette même valeur de l'autre côté du sneeze. En s'éloignant encore dans le passé, le facteur d'échelle devient supérieur à  $a_0$ , conduisant à des blueshifts. La lumière de très vieux objets célestes, créés il y a plus de 27 milliards d'années, ne pourrait cependant pas nous parvenir à cause des températures élevées de l'univers au moment du sneeze. Seules les ondes gravitationnelles pourraient nous atteindre. Les observer blueshiftées permettrait d'exclure le Big Bang, qui lui ne permet pas de voir ce qu'il se serait potentiellement passé de l'autre côté de sa singularité spatio-temporelle initiale. L'observation récente des ondes gravitationnelles [16] nous permet d'espérer voir un jour cette preuve du sneeze ou d'autres modèles semblables de cosmologie alternative.

#### Remerciements

Je tiens à remercier toute l'équipe du CPPM pour m'avoir accueillie dans leur laboratoire, mon tuteur André Tilquin qui m'a beaucoup appris ainsi que les stagiaires qui ont partagé mes journées pendant deux mois.



## Références

- [1] A. Friedmann. *Zeitschrift für Physik*. 1922.
- [2] P. A. R. Ade et al. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 594:A13, 2016.
- [3] Kishore N. Ananda and Marco Bruni. Cosmo-dynamics and dark energy with non-linear equation of state: a quadratic model. *Phys. Rev.*, D74:023523, 2006.
- [4] B. G. Teubner. *Zeitschrift für Mathematik und Physik*. 1856-1917.
- [5] PAW : [cern.ch/paw](http://cern.ch/paw).
- [6] M. Betoule et al. Improved cosmological constraints from a joint analysis of the SDSS-II and SNLS supernova samples. *Astron. Astrophys.*, 568:A22, 2014.
- [7] Minuit : [cern.ch/minuit](http://cern.ch/minuit).
- [8] Yun Wang and Shuang Wang. Distance Priors from Planck and Dark Energy Constraints from Current Data. *Phys. Rev.*, D88(4):043522, 2013. [Erratum: *Phys. Rev.* D88,no.6,069903(2013)].
- [9] Daniel J. Eisenstein et al. Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies. *Astrophys. J.*, 633:560–574, 2005.
- [10] Héctor Gil-Marín et al. The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: BAO measurement from the LOS-dependent power spectrum of DR12 BOSS galaxies. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 460(4):4210–4219, 2016.
- [11] C. Patrignani et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C40(10):100001, 2016.
- [12] Wilfried Buchmüller. Baryogenesis, Dark Matter and the Maximal Temperature of the Early Universe. 2012. [Acta Phys. Polon.B43,2153(2012)].
- [13] Dark Energy Center : [www.cppm.in2p3.fr/renoir/archives.php?id=37/](http://www.cppm.in2p3.fr/renoir/archives.php?id=37/).
- [14] LSST : [www.lsst.org/](http://www.lsst.org/).
- [15] EUCLID : [www.euclid-ec.org/](http://www.euclid-ec.org/).
- [16] V. Zach Golkhou, Nathaniel R. Butler, Robert Strausbaugh, Eleonora Troja, Alexander Kuttyrev, William H. Lee, Carlos G. Román-Zúñiga, and Alan M. Watson. RATIR Followup of LIGO/Virgo Gravitational Wave Events. 2017.